

# OTFS 接收端信道估计辅助的无记忆功放非线性失真补偿算法

蒋占军, 刘欢, 张华卫, 李翠然

(兰州交通大学电子与信息工程学院, 甘肃 兰州 730070)

**摘要:** 针对正交时频空 (OTFS) 系统中功率放大器 (PA) 非线性特性导致传输信号产生失真的问题, 提出了一种接收端补偿算法。利用 Busgang 定理, 结合 PA 复系数多项式及失真项平均能量对信道状态信息进行估计, 重构了包含失真项的发送信号, 更新了多项式归一化系数估计值, 并基于此, 在接收端使用迭代迫零均衡算法对非线性失真项进行自适应补偿分析。结果表明, 所提算法降低了 Saleh 和 Rapp 模型对传输信号的非线性影响并能够有效提升 OTFS 系统的误码率性能。

**关键词:** 正交时频空; 功率放大器; 非线性失真; 信道估计; 自适应补偿

**中图分类号:** TN92

**文献标志码:** A

**DOI:** 10.11959/j.issn.1000-436x.2022239

## Nonlinear distortion compensation algorithm aided by channel estimation of memoryless power amplifier for OTFS receiver

JIANG Zhanjun, LIU Huan, ZHANG Huawei, LI Cuiran

School of Electronic and Information Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China

**Abstract:** A compensation algorithm for OTFS receiver was proposed to solve the problem of transmission signal distortion caused by the nonlinear characteristics of power amplifier (PA) in the orthogonal time frequency space (OTFS) system. The channel state information was estimated by Busgang theorem combined with the complex coefficient polynomial of PA and the average energy of the distortion term. Based on it, the transmitted signal was reconstructed with distortion term and the estimated value was updated for the polynomial normalization. Furthermore, the iterative zero-forcing equalization algorithm was employed to complete adaptive compensation analysis of the nonlinear distortion at the receiver. The results show that the nonlinear influence on transmission signals is reduced, which caused by Saleh and Rapp models, and BER performance of OTFS system is improved effectively.

**Keywords:** OTFS, power amplifier, nonlinear distortion, channel estimation, adaptive compensation

## 0 引言

功率放大器 (PA, power amplifier) 是移动通信系统必不可少的部件, 简称为功放。本质上射频功放都是非线性的, 即射频输出信号中不可避免地包含非线性引起的失真分量, 且输入电平越大非线性越严重<sup>[1]</sup>。

正交时频空 (OTFS, orthogonal time frequency space) 调制系统存在高带外 (OOB, out of band) 发射功率和峰值平均功率比 (PAPR, peak to average power ratio) 问题。高 OOB 发射功率需要较宽的保护频带, 导致频谱利用率降低。高 PAPR 则使发送端的功率放大器进入饱和区, 产生带内失真和带外辐射。带内的非线性

收稿日期: 2022-05-07; 修回日期: 2022-11-19

通信作者: 刘欢, lh2481@126.com

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61461013); 兰州交通大学“百名青年优秀人才培养计划”基金资助项目 (No.150220232)

**Foundation Items:** The National Natural Science Foundation of China (No.61461013), The Foundation Funded by Lanzhou Jiaotong University “Hundred Young Talents Training Program”(No.150220232)

性失真将导致系统误码率 (BER, bit error rate) 性能恶化, 带外辐射又将会干扰相邻信道的频谱<sup>[2]</sup>。现代通信系统广泛采用频谱利用率较高的非恒包络调制方式, 这对 PA 提出了更高的线性度要求<sup>[3]</sup>。

针对上述问题, OTFS 移动通信系统可以在上行链路发送端通过多种手段加以解决, 例如, 根据一定限幅比对信号进行操作后再采用滤波器滤除限幅噪声的迭代限幅滤波方案<sup>[4]</sup>; 在发送端进行逆辛有限傅里叶变换 (ISFFT, inverse symplectic finite Fourier transform) 之前, 添加离散傅里叶变换 (DFT, discrete Fourier transform) 扩展信号处理模块以降低 PAPR 的预编码技术<sup>[5]</sup>; 依据压扩因子将小信号振幅增大, 而将大信号振幅减小的非线性压扩技术<sup>[6]</sup>等。然而, 在高速铁路车-车通信场景或车载无线局域网应用等低功耗移动终端应用中, 由于功率、复杂性或成本限制, 这些技术方案可能难以实现。

另一方面, 在移动通信系统上行链路传输中, 由于功耗及硬件算法等的要求, 计算复杂度较高的功放识别和非线性失真补偿技术更适用于计算资源丰富的基站侧, 故基站侧非线性补偿是上行链路发送端处理的有效替代方案。与正交频分复用 (OFDM, orthogonal frequency division multiplexing) 系统相似, OTFS 系统对发送端使用 PA 引起的非线性失真非常敏感, 这种非线性失真会导致 OTFS 系统误码率迅速恶化。使用功率回退法来避免 OTFS 信号失真简单易行, 是改善放大器线性度行之有效的方法<sup>[7]</sup>。但大范围的回退会导致 PA 效率大大降低, 故该方法并不适用于线性度要求很高的系统。因此, 研究非线性功放并采取失真补偿技术改善 OTFS 系统误码率性能具有重要意义<sup>[8]</sup>。

针对以上问题, 已有算法在接收端对非线性失真信号进行重构<sup>[9-11]</sup>, 将系统的 BER 性能提高至接近线性, 但这些算法需假设接收端已知信道状态信息 (CSI, channel state information) 或非线性传递函数, 这与 PA 引入的实际失真有所差别, 因而算法不具备一般性。为此, 本文考虑信道估计辅助的无记忆功放非线性失真补偿算法。

OTFS 系统可在时延-多普勒 (DD, delay Doppler) 域将导频以脉冲信号形式进行发送, 然后通过解卷积的方法从接收导频中估计出实际 CSI。但这种基于脉冲导频的信道估计算法在多天场景会产生较大的导频开销<sup>[12]</sup>。针对该问题, 三维结构正交匹配追踪 (3D-SOMP, 3D structured orthogonal matching

pursuit) 算法利用 OTFS 系统多输入多输出 (MIMO, multi-input multi-output) 信道的三维结构稀疏性——沿时延维的正常稀疏、沿多普勒维的块稀疏和沿角度维的突发稀疏, 将下行信道估计问题表述为稀疏信号恢复问题<sup>[13]</sup>, 从而以较低的导频开销获得准确的 CSI。

由于导频开销影响整个 OTFS 系统的容量和传输速率, 故 OTFS 信道估计相关研究在提升估计性能时应尽可能地降低导频开销。压缩感知 (CS, compressed sensing) 技术结合 OTFS 系统等信道矩阵稀疏性的特点, 可在低导频开销的情况下有效估计 CSI<sup>[14]</sup>。但 CS 算法给出的导频序列设计指标比较模糊, 感知矩阵的互相关系数与 OTFS 信道估计的准确度无单调相关性。

不同于现有的 OTFS 导频设计, 基于叠加导频 (SP, superimposed pilot) 的 OTFS 信道估计和数据检测算法将低功率导频叠加在 DD 域的数据符号上<sup>[15]</sup>, 不需要占用 DD 域信号网格, 在提高频谱效率 (SE, spectral efficiency) 的同时减少了导频开销。SP-OTFS 系统可在信道估计和数据检测之间进行迭代来改善系统的 BER 性能。算法采用结合 OTFS 系统 DD 域信道稀疏性的消息传递 (MP, message passing) 算法来检测数据, 因此具有较低的计算复杂度<sup>[16]</sup>。但 SP 的设计将传输数据当作干扰来估计信道, 这在高信噪比 (SNR, signal to noise ratio) 时影响了 OTFS 系统的传输性能。

此外, 根据实际通信系统时延与多普勒频移有限, 且 DD 域信道具有稀疏性的特点, 可将导频信号插入 DD 域的二维数据帧中, 通过设置保护间隔, 使信道估计与信号检测在一个 OTFS 数据帧中同时进行, 并对每个 OTFS 数据帧进行最小二乘 (LS, least squares) 信道估计<sup>[17]</sup>。这种导频和数据联合成帧的 OTFS 信道估计算法通过阈值比较能准确估计等效 CSI, 且导频开销较低, 但对于导频处的信噪比要求较高, 可能导致 PAPR 过高。

针对 OTFS 系统 PAPR 过高的问题, 可结合信道先验信息或伪噪声 (PN, pseudo noise) 序列导频对其进行处理。一是基于最大似然 (ML, maximum likelihood) 准则的信道路径检测和最小均方误差 (MMSE, minimum mean-squared error) 准则的信道估计算法, 该算法结合了信道先验信息, MMSE 准则也可对信道估计结果进行校正<sup>[18]</sup>。该算法对导频功率要求较低, 有利于降低系统 PAPR, 且允许使用较小的保护间隔。二是基于伪噪声序列导频的 DD 域信道估计算法, 该算法可在较低的信噪比下

实现优良的信道估计性能<sup>[19-20]</sup>。得益于 PN 序列良好的自相关特性，该算法在接收端使用二维匹配滤波的方法能分别估计每一路径的信道增益、时延以及多普勒频移，且发送端时域 PN 导频幅度恒定，因此系统 PAPR 较低，便于实际应用。

但在多径信道条件下，由于多普勒频移在进行离散化时采样频率不同，多普勒信道被分为整数多普勒信道和分数多普勒信道。为避免分数多普勒信道给 OTFS 系统带来额外的多普勒间干扰 (IDI, inter Doppler interference)，分数多普勒 CSI 也需要进行估计，此时 PN 导频信道估计算法计算复杂度较高，且对 PN 序列的二维相关性要求更高。

针对分数多普勒 CSI 估计，可利用独自成帧的脉冲导频估计等效信道，再通过互相关匹配滤波得到包含分数多普勒 CSI 在内的各径 CSI<sup>[21]</sup>。该匹配滤波过程使用快速傅里叶变换 (FFT, fast Fourier transform)，有效降低了信道估计的复杂度。但该算法在估计等效信道时导频开销较大，且匹配滤波容易受到同一路径干扰信号的影响。

为将信道估计算法推广至真实信道环境，且对信道估计的准确度进行定量分析，稀疏贝叶斯等概率类信道估计算法也被应用于 OTFS 系统<sup>[22]</sup>。稀疏贝叶斯算法提出在导频和数据之间不设保护间隔的全新导频模式，在 OTFS 系统输入输出关系中求解信号的均值和方差，并引入使用拉普拉斯先验的稀疏贝叶斯学习框架，最后利用最大期望法进行参数更新。稀疏贝叶斯算法在导频功率、导频开销、PAPR 以及信道估计准确度方面均有明显优势，也可对分数多普勒 CSI 进行估计，其不足是仅能估计等效 CSI。

近年来，深度学习不断应用于信号检测与信道估计。基于深度学习的 OTFS 系统信道估计可以通过调整输入输出关系选择输出 CSI 或检测信号，当深度学习网络输出检测信号时，网络同时可完成信道估计与信号解调<sup>[23]</sup>。该算法导频开销较小，对于非线性失真有较强的稳健性。但网络中信号帧的大小不能任意改变，否则需要重新训练，且训练数据集较匮乏，导致模型泛化能力不足。

前述几种 OTFS 系统信道估计方法未考虑功放非线性失真对于信号传输的影响，为此，本文采用一种适用于 OTFS 系统上行链路基站侧信道估计辅助的无记忆功放非线性失真补偿算法。该算法不需要在接收机处假设 CSI 和 PA 非线性传递函数等先验信息，并且可以使用如图 1 所示的时-频域块状导频 OTFS 信号结构来估计信道响应并补偿 PA 非线性。本文算法采用非线性 PA 的时频域表示，简化无记忆功放非线性失真补偿算法的推导，避免反复域变换带来的多重二维卷积运算，从而减少计算量。

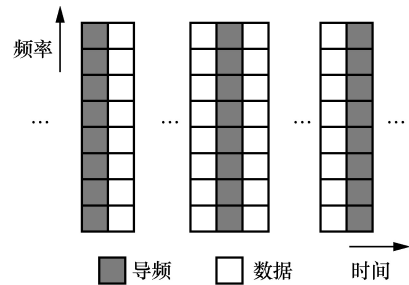


图 1 时-频域块状导频 OTFS 信号结构

### 1 非线性功放对 OTFS 信号的影响

OTFS 系统模型如图 2 所示。OTFS 系统有

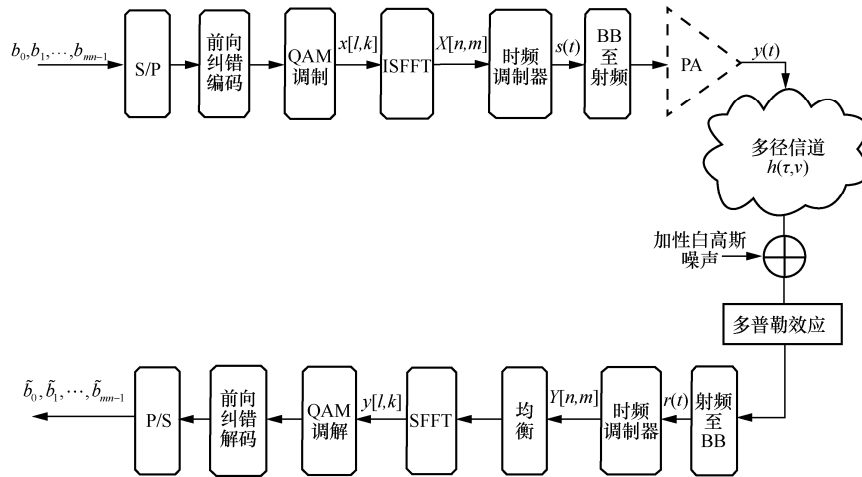


图 2 OTFS 系统模型

$M \times N$  个信息符号  $\{x[l, k], l = 0, \dots, M-1, k = 0, \dots, N-1\}$ 。一般使用正交调幅 (QAM, quadrature amplitude modulation) 调制 (调制字母集大小为  $Q$ , 即  $\mathbb{A} = \{a_1, \dots, a_{|Q|}\}$ ) 将其排布在时延-多普勒网格

$$\Gamma = \left\{ \left( \frac{l}{(M\Delta f)}, \frac{k}{(NT)} \right), l = 0, \dots, M-1, k = 0, \dots, N-1 \right\}$$

上。在 OTFS 系统发送端, 通过将 ISFFT 作为预处理模块将时延-多普勒域离散符号  $x[l, k]$  映射为时-频网格  $\Lambda = \{(nT, m\Delta f), n = 0, \dots, N-1, m = 0, \dots, M-1\}$  上的  $N \times M$  个离散符号  $X[n, m]$ , 即

$$X[n, m] = \frac{1}{\sqrt{NM}} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{M-1} x[l, k] e^{j2\pi \left( \frac{nk}{N} - \frac{ml}{M} \right)}, \quad n = 0, \dots, N-1, m = 0, \dots, M-1 \quad (1)$$

其中,  $M$  和  $N$  分别为时延-多普勒域中时延维网格数和多普勒维网格数。 $x[l, k]$  和  $X[n, m]$  分别由图 3 和图 4 所示的数据帧图案划分。

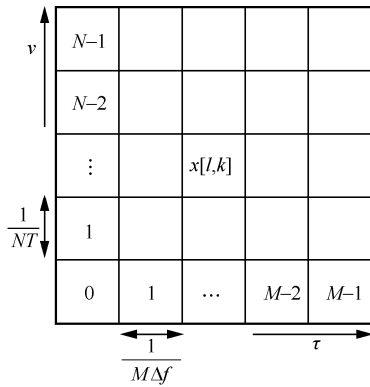


图 3 时延-多普勒域数据帧图案

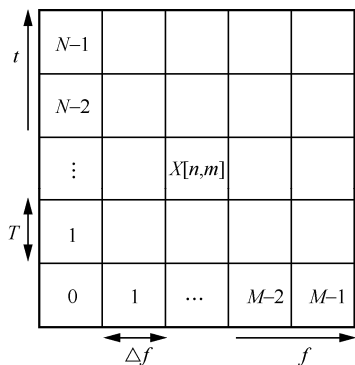


图 4 时-频域数据帧图案

然后, 时频调制器使用发送波形  $g_{tx}(t)$  将样值  $X[n, m]$  转换为连续时间波形  $s(t)$ , 即

$$s(t) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} X[n, m] e^{j2\pi m \Delta f (t-nT)} g_{tx}(t-nT) \quad (2)$$

式(2)也称为 (离散) 海森堡变换, 由  $g_{tx}(t)$  参数化。

连续时间波形  $s(t)$  通过时延-多普勒信道得到时域接收信号  $r(t)$ , 即时域信号  $s(t)$  与时间独立的时延-多普勒信道冲激响应  $h(\tau, \nu)$  进行连续的海森堡变换, 即

$$r(t) = \iint h(\tau, \nu) s(t-\tau) e^{j2\pi \nu (t-\tau)} d\tau d\nu + w(t) \quad (3)$$

其中,  $\tau$  表示时延分量,  $\nu$  表示多普勒分量,  $w(t)$  表示时域加性噪声,  $h(\tau, \nu)$  表示为

$$h(\tau, \nu) = \sum_{p=1}^P h_p \delta(\tau - \tau_p) \delta(\nu - \nu_p) \quad (4)$$

其中,  $P$  为传播路径总数,  $h_p$  为第  $p$  条路径的增益。第  $p$  条路径的时延和多普勒频移可分别离散化为

$$\tau_p = \frac{l_p}{M\Delta f}, \quad \nu_p = \frac{k_p}{NT}. \quad l_p \text{ 为第 } p \text{ 条路径的时延离散量, } k_p \text{ 为第 } p \text{ 条路径的多普勒频移离散量。}$$

对时域接收信号  $r(t)$  应用维格纳变换, 即可得到时频域信号为

$$Y(t, f) = A_{g_{rx}, r(t)} = \int g_{rx}^*(\tilde{t}-t) r(\tilde{t}) e^{-j2\pi f(\tilde{t}-t)} d\tilde{t}$$

$$Y[n, m] = Y(t, f) \Big|_{t=nT, f=m\Delta f}$$

$$n = 0, \dots, N-1; m = 0, \dots, M-1 \quad (5)$$

其中,  $g_{rx}(t)$  表示接收信号脉冲,  $(\cdot)^*$  表示共轭,  $A_{g_{rx}, r(t)}$  表示时域接收信号  $r(t)$  和脉冲  $g_{rx}$  的交叉模糊函数。

对  $Y[n, m]$  应用辛有限傅里叶变换 (SFFT, symplectic finite Fourier transform), 时延-多普勒域的接收信号  $y[l, k]$  表示为

$$y[l, k] = \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{M-1} Y[n, m] e^{-j2\pi \left( \frac{nk}{N} - \frac{ml}{M} \right)} \quad (6)$$

无记忆功放的非线性一般可以通过 AM/AM 失真 (幅度非线性) 和 AM/PM 失真 (相位非线性) 来表征, 其分别描述输出信号幅度或相位随输入信号幅度变化的情况。PA 的放大作用等效于对输入信号的幅度加权, 非线性附加的频率成分等效于对输入信号总相位的改变, 则非线性的输出信号可以描述为

$$y(t) = G_{AM} [|s(t)|] \cdot \exp \left\{ j \left( \arg [s(t)] + G_{PM} [|s(t)|] \right) \right\} \quad (7)$$

其中,  $G_{AM}[\cdot]$  与  $G_{PM}[\cdot]$  分别表示 AM/AM 失真和 AM/PM 失真, 其仿真示意如图 5 所示, 表达式如式(8)所示。

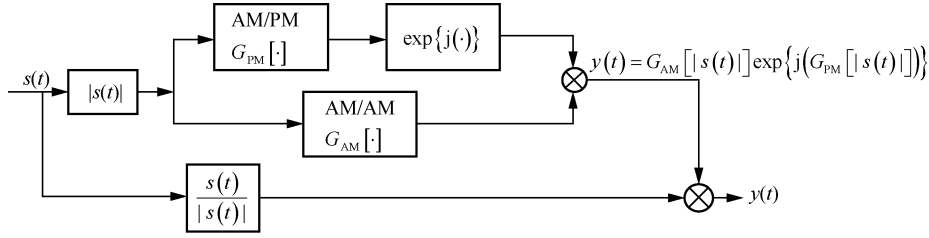


图 5 AM/AM 和 AM/PM 非线性仿真示意

$$G_{AM} [s(t)] = \frac{\alpha_{AM} |s(t)|}{1 + \beta_{AM} |s(t)|^2}$$

$$G_{PM} [s(t)] = \frac{\alpha_{PM} |s(t)|^2}{1 + \beta_{PM} |s(t)|^2} \quad (8)$$

其中，参数一般取值为  $\alpha_{AM} = 1.00, \beta_{AM} = 0.25, \alpha_{PM} = \frac{12}{\pi}, \beta_{PM} = 0.25$ ，以获得所需的归一化特性。其中， $\alpha_{AM}$  为小信号增益。 $A_s = \frac{1}{\sqrt{\beta_{AM}}}$  为放大器的输入饱和电压。最大输出振幅为  $A_0 = \max \{G_{AM} [s(t)]\} = \frac{\alpha_{AM} A_s}{2}$ 。放大信号上可能产生的最大相位偏移为  $\varphi_\infty = \frac{\alpha_{PM}}{\beta_{PM}}$ 。

以描述行波管放大器 (TWTA, traveling wave tube amplifier) 非线性特征的 Saleh 模型<sup>[24]</sup>为例。其非线性特性曲线如图 6 所示。

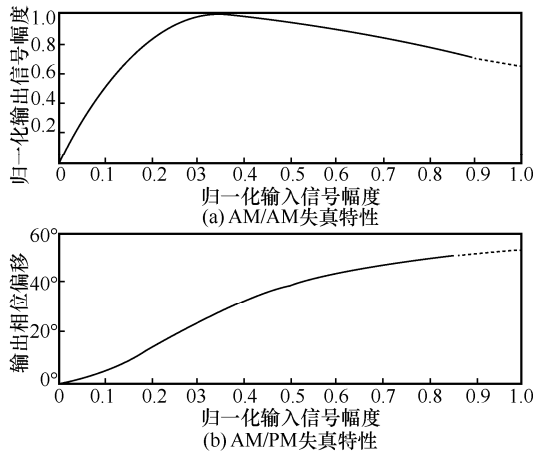


图 6 Saleh 模型非线性特性曲线

Saleh 模型结构简洁，用较少的参数比较准确地同时反映了 TWTA 的 AM/AM 和 AM/PM 失真特性，具有显著特色。该模型由 TWTA 的输入输出进行数学统计而得，针对实测数据具有很高的拟合能力。Saleh 模型的参数辨识过程如下，可将式(8)合

并表示为

$$G [s(t)] = \frac{\alpha |s(t)|^{\bar{n}}}{(1 + \beta |s(t)|^2)^{\bar{k}}} \quad (9)$$

其中， $\bar{n}$  可取  $\{1, 2, 3\}$ ， $\bar{k}$  可取  $\{1, 2\}$ ， $\alpha$  和  $\beta$  依然是模型参数。可以使用最小均方 (LMS, least mean square) 准则对实测数据进行拟合。假设有  $M$  组实测数据  $(|s_m(t)|, G [s_m(t)])$ ，其中  $m = 0, \dots, M-1$ 。定义参数  $\zeta_m$  为

$$\zeta_m = \left[ \frac{G [s_m(t)]}{|s_m(t)|^{\bar{n}}} \right]^{\frac{1}{\bar{k}}} \quad (10)$$

则模型中参数  $\alpha$  和  $\beta$  分别为

$$\alpha = \frac{\left[ \sum_{m=0}^M |s_m(t)|^2 \right]^2 - M \sum_{m=0}^M |s_m(t)|^4}{\left( \sum_{m=0}^M |s_m(t)| \right) \left( \sum_{m=0}^M \zeta_m |s_m(t)| \right) - \left( \sum_{m=0}^M |s_m(t)|^4 \right) \left( \sum_{m=0}^M \zeta_m \right)} \quad (11)$$

$$\beta = \frac{\left( \sum_{m=0}^M |s_m(t)|^2 \right) \left( \sum_{m=0}^M \zeta_m \right) - M \left( \sum_{m=0}^M \zeta_m |s_m(t)|^2 \right)}{\left( \sum_{m=0}^M |s_m(t)| \right) \left( \sum_{m=0}^M \zeta_m |s_m(t)| \right) - \left( \sum_{m=0}^M |s_m(t)|^4 \right) \left( \sum_{m=0}^M \zeta_m \right)} \quad (12)$$

使用 TWTA 的实测数据<sup>[25]</sup>验证 Saleh 模型的拟合优势，拟合 AM/AM 和 AM/PM 曲线如图 7 所示。

AM/AM 失真对 16QAM-OTFS 信号影响如图 8 所示。从频域的角度来看，AM/AM 失真会引起互调失真 (IMD, inter-modulation distortion)，此时带外杂散信号对带内有用信号产生干扰，从而导致较高的误码率。AM/PM 失真则会使接收信号星座图产生与振幅相关的不均匀旋转，给信号检测带来困

难, 其对 16QAM-OTFS 信号影响如图 9 所示。这些干扰和旋转都可能导致信号无法正确接收, 从而大大增加了误码率。

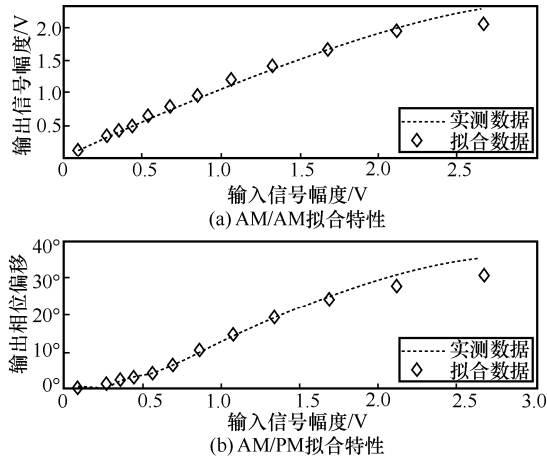


图 7 Saleh 模型拟合 AM/AM 和 AM/PM 曲线

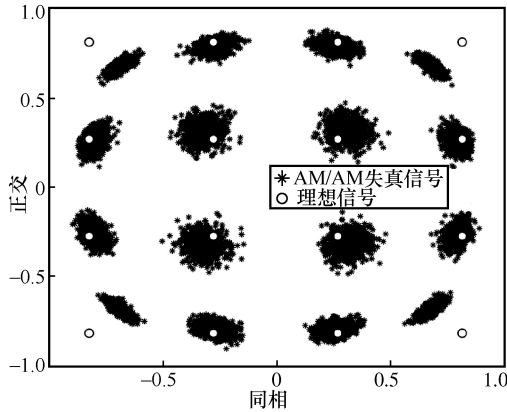


图 8 AM/AM 失真对 16QAM-OTFS 信号影响

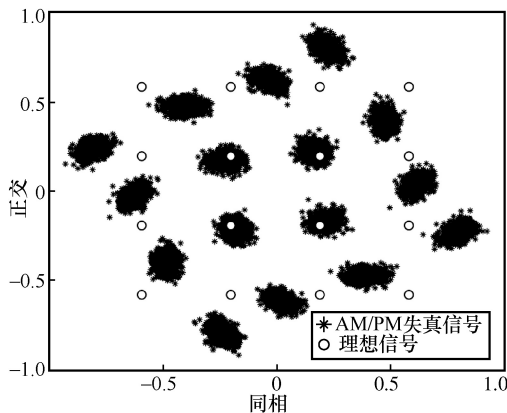


图 9 AM/PM 失真对 16QAM-OTFS 信号影响

## 2 算法分析

### 2.1 等效信号分析

功率放大器的各种模型基本都体现在  $G_{AM}[\cdot]$

和  $G_{PM}[\cdot]$  的不同表达式上。分别用  $s(t)$  和  $y(t)$  表示基带 PA 等效输入和输出, 可以用多项式近似无记忆 PA 的输入输出关系<sup>[26]</sup>, 表示为

$$y(t) = \sum_{p=0}^P c_{2p+1} [s(t)]^{p+1} [s^*(t)]^p = \sum_{p=0}^P c_{2p+1} s(t) |s(t)|^{2p} \quad (13)$$

用多项式描述 PA 的非线性特性, 其物理含义比较明确。多项式系数  $c_{2p+1}$  通常为复数 (假设 AM/PM 失真可忽略的情况除外)。下标  $p$  指明了谐波阶次, 若增加谐波项数  $P$  可有效提高模型精度。由式(5)建模的非线性 PA 输出端 OTFS 信号可表示为

$$y(t) = c_1 s(t) + c_3 s(t) |s(t)|^2 + \dots \quad (14)$$

通过双选信道后, 时频域的 OTFS 信号可表示为

$$Y[n, m] = \int_{\tilde{t}} g_{rx}^*(\tilde{t}-t) \left[ \int_{\tau} \int_{\nu} y(\tilde{t}-\tau) h(\tau, \nu) e^{j2\pi\nu(\tilde{t}-\tau)} d\tau d\nu \right] \cdot e^{-j2\pi f(\tilde{t}-t)} d\tilde{t} + w[n, m] \quad (15)$$

其中,  $t = nT$ ,  $f = m\Delta f$ 。  $w[n, m]$  表示时-频域中的噪声 (独立同分布的加性高斯白噪声)。将式(14)代入式(15), 具有三阶非线性的多项式模型可表示为

$$Y[n, m] = \int_{\tilde{t}} g_{rx}^*(\tilde{t}-t) \left[ \int_{\tau} \int_{\nu} c_1 s(\tilde{t}-\tau) h(\tau, \nu) \cdot e^{j2\pi\nu(\tilde{t}-\tau)} d\tau d\nu \right] e^{-j2\pi f(\tilde{t}-t)} d\tilde{t} + \int_{\tilde{t}} g_{rx}^*(\tilde{t}-t) \cdot \left[ \int_{\tau} \int_{\nu} c_3 s(\tilde{t}-\tau) |s(\tilde{t}-\tau)|^2 \cdot h(\tau, \nu) e^{j2\pi\nu(\tilde{t}-\tau)} d\tau d\nu \right] e^{-j2\pi f(\tilde{t}-t)} dt + w[n, m] \quad (16)$$

经过计算 (见附录 1) 可得

$$Y[n, m] = c_1 X[n, m] \int_{\tau} \int_{\nu} h(\tau, \nu) \cdot e^{j2\pi\nu nT} e^{-j2\pi(\nu+m\Delta f)\tau} d\tau d\nu + c_3 \gamma_{n,m} X[n, m] \int_{\tau} \int_{\nu} h(\tau, \nu) \cdot e^{j2\pi\nu nT} e^{-j2\pi(\nu+m\Delta f)\tau} d\tau d\nu + w[n, m] \quad (17)$$

此时, OTFS 发送端等效于发送符号  $\bar{X}[n, m]$ , 即

$$\bar{X}[n, m] = c_1 X[n, m] + c_3 \gamma_{n,m} X[n, m] = c_1 \frac{1}{\sqrt{NM}} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{M-1} x[l, k] e^{j2\pi \left( \frac{nk}{N} - \frac{ml}{M} \right)} + c_3 \gamma_{n,m} \frac{1}{\sqrt{NM}} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{M-1} x[l, k] e^{j2\pi \left( \frac{nk}{N} - \frac{ml}{M} \right)} \quad (18)$$

### 2.2 信道估计辅助的归一化系数更新算法

Bussgang 定理给出了非线性输出的表达式,

即经过 PA 后被衰减的输入信号和不相关的非线性失真之和<sup>[27]</sup>。故失真 OTFS 符号在时频域可表示为

$$\bar{\mathbf{X}} = \lambda \mathbf{X} + \mathbf{d} \quad (19)$$

其中,  $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{N \times M}$ ,  $\lambda$  为复衰减系数,  $\mathbf{d} \in \mathbb{C}^{N \times M}$  为非线性失真项。经过多径信道后, 接收信号  $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{N \times M}$  可表示为  $\mathbf{Y} = \mathbf{H}\bar{\mathbf{X}} + \mathbf{w} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{H}\mathbf{d} + \mathbf{w}$ , 其中,  $\mathbf{w} \in \mathbb{C}^{N \times M}$  为独立同分布的加性白高斯噪声,  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N \times M}$  为包含路径增益、时延和多普勒频移的信道响应矩阵, 定义为  $\mathbf{H} = \sum_{i=1}^P h_i \mathbf{\Pi}^{\tau_i} \mathbf{\Delta}^{\nu_i}$ 。其中,  $P$  为传播路径总数;  $\mathbf{\Pi}$  为置换矩阵, 表示为

$$\mathbf{\Pi} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}; \mathbf{\Delta} \text{ 为 } N \times N \text{ 维对角矩阵, 表示}$$

为  $\mathbf{\Delta} = \text{diag}[z^0, z^1, \dots, z^{N-1}]$ ,  $z = e^{\frac{j2\pi}{N}}$ 。即矩阵  $\mathbf{\Pi}$  和  $\mathbf{\Delta}$  分别对时延和多普勒频移进行建模<sup>[28]</sup>。每条路径引入发送信号  $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{N \times M}$  和非线性失真项  $\mathbf{d} \in \mathbb{C}^{N \times M}$  的  $\tau_i$  步循环移位, 由  $\mathbf{\Pi}^{\tau_i}$  建模, 并用频率  $\nu^i$  的载波对其进行调制, 由  $\mathbf{\Delta}^{\nu_i}$  建模。

考虑失真项  $\mathbf{d} = \bar{\mathbf{X}} - \lambda \mathbf{X}$ ,  $\mathbf{d} \in \mathbb{C}^{N \times M}$ , 将式(18)代入, 三阶失真项表示为

$$\mathbf{d} = \lambda [(\xi_1 - 1) + \xi_3 \gamma_{n,m}] \mathbf{X} \quad (20)$$

其中,  $\xi_p = \lambda^{-1} c_p$  为归一化系数。另外,  $\lambda$  可用常数  $\{c_p\}$  表示为

$$\lambda = c_1 + \sum_{p=3,5,\dots}^P c_p E_p \quad (21)$$

其中,  $E_p$  表示所有  $p$  阶失真项的平均能量。  $E_p$  的值通常与子载波数量、符号数量以及调制方式有关, 并且可以通过分析或数值计算来评估<sup>[29]</sup>。

由式(21)得出系数  $\xi_1$  为

$$\xi_1 = 1 - \sum_{p=3,5,\dots}^P \xi_p E_p \quad (22)$$

将式(22)代入式(20), 可将三阶失真项表示为

$$\mathbf{d} = \lambda \xi_3 (\gamma_{n,m} - E_3) \mathbf{X} \quad (23)$$

此时, 时-频域接收信号可重新表示为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}_\lambda (1 + \xi_3 (\gamma_{n,m} - E_3)) \mathbf{X} + \mathbf{w} \quad (24)$$

其中,  $\mathbf{H}_\lambda = \lambda \mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N \times N}$ ,  $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{N \times M}$ ,  $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{N \times M}$ ,

$\mathbf{w} \in \mathbb{C}^{N \times M}$ 。由于式(24)中的噪声项  $\mathbf{w}$  服从独立同分布高斯过程, 最大似然估计相当于最小化误差函数的最小二乘估计<sup>[30]</sup>, 即

$$\min L = \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}_\lambda (\mathbf{X} + \xi \mathbf{U})\|^2 \quad (25)$$

其中,  $\mathbf{U} = (\gamma_{n,m} - E_3) \mathbf{X} \in \mathbb{C}^{N \times M}$ , 对于初始值  $\xi$ , 经最小二乘估计的信道响应  $\hat{\mathbf{H}}_\lambda$  在时延-多普勒域可表示为

$$\hat{\mathbf{h}}_\lambda = \mathbf{F}_N \hat{\mathbf{H}}_\lambda \mathbf{F}_M^H = \mathbf{F}_N (\mathbf{Y} (\mathbf{X} + \xi \mathbf{U})^{-1}) \mathbf{F}_M^H \quad (26)$$

其中,  $\mathbf{F}_N \in \mathbb{C}^{N \times N}$  为离散傅里叶变换矩阵。对于估计值  $\hat{\mathbf{H}}_\lambda$ , 系数向量  $\hat{\xi}$  可使用线性最小二乘解获得, 即

$$\hat{\xi} = (\mathbf{U}^H \hat{\mathbf{H}}_\lambda^H \hat{\mathbf{H}}_\lambda \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^H \hat{\mathbf{H}}_\lambda^H (\mathbf{Y} - \hat{\mathbf{H}}_\lambda \mathbf{X}) \quad (27)$$

可使用算法 1 来迭代近似 PA 模型并求解信道响应估计。

#### 算法 1 信道估计辅助的归一化系数更新

- 1) 定义归一化系数的初始估计值为  $\xi = 0$ ;
- 2) 由  $\xi = 0$  和式(26)更新时-频域信道响应估计值  $\hat{\mathbf{H}}_\lambda$ ;
- 3) 根据线性最小二乘解法, 利用信道响应  $\hat{\mathbf{H}}_\lambda$  的当前估计值由式(27)计算归一化系数  $\xi$  的估计值向量  $\hat{\xi}$ ;
- 4) 重复步骤 2) 和步骤 3), 不断更新信道响应与归一化系数的估计值, 直到满足以下判决及迭代要求。

判决要求。只有当前迭代能够提供比前一次迭代更好的估计性能时才使用估计得到的信道响应。即如果  $L_i < L_{i-1}$  (其中  $i$  是来自  $\{1, \dots, i\}$  的迭代指数)。

迭代要求。当满足以下至少一个条件时, 算法 1 停止。

- ① 最小二乘估计误差的平方

$$L_{\min} = (\mathbf{Y} - \mathbf{H}_\lambda \mathbf{X})^2 - \frac{[\mathbf{U} (\mathbf{Y} - \mathbf{H}_\lambda \mathbf{X})]^2}{\mathbf{U}^2} < \varepsilon \quad (28)$$

该条件出现在最好的情况下, 即在统计平均的意义下, 归一化系数估计量最接近真值。

- ②  $L_i > L_i + \varepsilon$ ,  $i^*$  是来自  $\{1, \dots, i\}$  的迭代指数, 其中  $L_i$  最小, 若当前迭代提供的决策比前几次迭代提供的决策更差, 即误差函数  $L$  不再减小, 则该条件可以用于停止算法。

③ 达到最大迭代次数  $i_{\text{iter}}$ 。

算法 1 复杂度分析如表 1 所示。

表 1 算法 1 复杂度分析

步骤	计算复杂度
步骤 2) 计算时频域信道响应估计值 $\hat{H}_\lambda$	$\mathcal{O}(N^3M^3 + N^2M)$
步骤 3) 计算归一化系数估计值向量 $\hat{\xi}$	$\mathcal{O}(M^6 + NM^2 + N^2M)$
所有步骤	$\mathcal{O}(M^6 + N^3M^3 + NM^2 + N^2M)$

### 2.3 非线性失真自适应补偿算法

使用由算法 1 迭代获得的时-频域信道响应估计值  $\hat{H}_\lambda$ ，对接收信号进行迫零 (ZF, zero-forcing) 均衡即可得到含失真项的重构信号  $X_{\text{eq}}$  为

$$X_{\text{eq}} = \Phi_{\text{ZF}} Y = \hat{H}_\lambda^{-1} Y = (1 + \xi_3 (\gamma_{n,m} - E_3)) X[n, m] + w[n, m] \quad (29)$$

其中， $\Phi_{\text{ZF}}$  表示迫零均衡的等效矩阵， $X_{\text{eq}} \in \mathbb{C}^{N \times M}$ ， $\Phi_{\text{ZF}} \in \mathbb{C}^{N \times N}$ ， $Y \in \mathbb{C}^{N \times M}$ ， $\hat{H}_\lambda \in \mathbb{C}^{N \times N}$ 。式(25)中的失真项可以用迭代判决的方法进行补偿。即用  $X_{\text{eq}}$  计算发送信号的估计值  $\hat{X}$ ，求得失真项  $\xi_3 (\gamma_{n,m} - E_3) X[n, m]$  并进行非线性失真补偿。

迭代判决非线性失真补偿算法如算法 2 所示。

### 算法 2 迭代判决非线性失真补偿

1) 由式(29)和  $X_{\text{eq}}$  计算得到发送信号估计值  $\hat{X}$ ；

2) 由  $\hat{d} = \lambda \xi_3 (\gamma_{n,m} - E_3) X$  计算  $\hat{d} \in \mathbb{C}^{N \times M}$ ；

3) 补偿非线性失真项，失真补偿信号  $X_c$  表示为

$$X_c = X_{\text{eq}} - \xi_3 (\gamma_{n,m} - E_3) X[n, m] \quad (30)$$

4) 由式(29)和失真补偿信号  $X_c$  反复获得估计值  $\hat{X}$ ；

5) 重复步骤 2)~步骤 4)，直到估计值  $\hat{X}$  近似收敛，或达到最大迭代次数  $i_{\text{iter}}$ 。

算法 2 复杂度分析如表 2 所示。

表 2 算法 2 复杂度分析

步骤	计算复杂度
步骤 1) 计算发送信号估计值 $\hat{X}$	$\mathcal{O}(N^6 + N^2M)$
步骤 2) 计算 $\hat{d} \in \mathbb{C}^{N \times M}$	$\mathcal{O}(NM)$
步骤 3) 补偿非线性失真项	$\mathcal{O}(NM)$
步骤 4) 更新发送信号估计值 $\hat{X}$	$\mathcal{O}(N^6 + N^2M)$
所有步骤	$\mathcal{O}(N^6 + N^2M + NM)$

此外，算法 1 和算法 2 采用非线性 PA 的时频域表示，简化无记忆功放非线性失真补偿算法的推导，避免反复域变换带来的多重二维卷积运算，从而减少计算量，具体分析如表 3 所示。

表 3 系统复杂度分析

系统	信号处理	发送端复数乘法	接收端复数乘法	$N=16, M=32$ 时系统复杂度
DD 域信号处理的 OTFS 系统	(ISFFT+海森堡变换) / (维格纳变换+SFFT)	$NM \ln N + \frac{NM}{2} \ln M$	$NM \ln N + \frac{NM}{2} (1 + \ln M)$	发送端 $\mathcal{O}(3328)$ 接收端 $\mathcal{O}(3584)$ 总复杂度 $\mathcal{O}(6912)$
TF 域信号处理的 OTFS 系统	(海森堡变换) / (维格纳变换)	$\frac{NM}{2} \ln M$	$\frac{NM}{2} (1 + \ln M)$	发送端 $\mathcal{O}(1280)$ 接收端 $\mathcal{O}(1536)$ 总复杂度 $\mathcal{O}(2816)$

## 3 仿真分析

为了评估 OTFS 系统经过信道估计辅助归一化系数更新和非线性失真自适应补偿后的性能，本文通过仿真进行归一化均方误差和误码率性能分析，OTFS 系统仿真参数由表 4 所示。

仿真主要关注 64-QAM 和 256-QAM 这 2 种调制方式，因为在这 2 种调制方式下，功率放大器的非线性会导致误码率显著恶化。如图 10 所示，QAM 调制的阶数越高，对 OTFS 系统的 SNR 要求就越高，256-QAM 与 64-QAM 相比更容易被干扰而造成误码，算法的一次完全迭代对 256-QAM 的误码率性能改善有限。

表 4 OTFS 系统仿真参数

参数名称	参数数值
载波频率( $f_c$ )/GHz	6
子载波间隔( $\Delta f$ )/kHz	30
子载波数( $M$ )	32
OTFS 符号数( $N$ )	16
调制方式	64-QAM,256-QAM
带宽( $W = M\Delta f$ )/MHz	0.96
时延分辨率( $d_r = \frac{1}{W}$ )/ns	104
OTFS 符号持续时间( $T = \frac{M}{W}$ )/ns	33 333
多普勒分辨率( $f_r = \frac{1}{NT}$ )/Hz	1 875
最大时速( $v_{\max}$ )/(km·h <sup>-1</sup> )	500

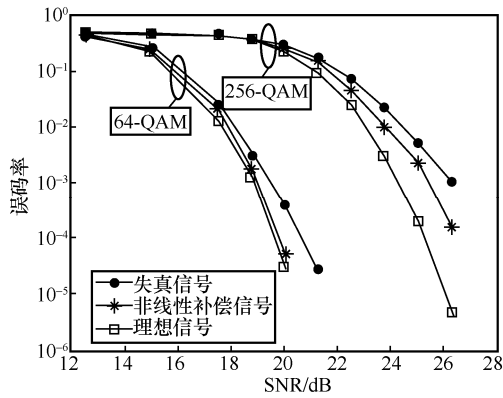


图 10 2 种调制方式下 OTFS BER 性能对比

采用 Saleh 模型的 OTFS 系统非线性补偿前后误码率性能对比如图 11 所示。从图 11 中可以看出，非线性失真自适应补偿算法在系统的整体性能改进中起着关键作用，算法在经过 2~3 次迭代后 (Iter=2, 3)，可以较好地补偿 OTFS 系统双选信道中的非线性失真。与失真信号相比，经过补偿后的 OTFS 系统误码率性能得到改善。

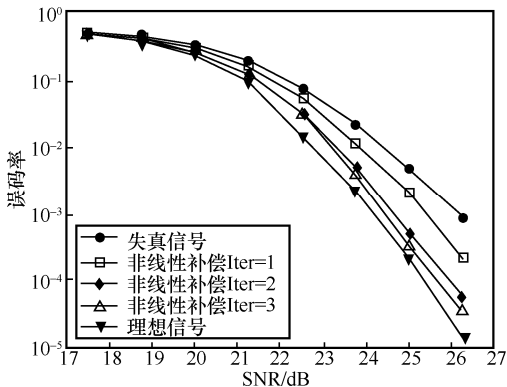


图 11 OTFS 系统非线性补偿前后 BER 性能对比 (Saleh 模型)

此外，本文还对 OTFS 系统中基于固态功率放大器 (SSPA, solid state power amplifier) 的 Rapp 模型<sup>[31]</sup>进行了非线性补偿，结果如图 12 所示。经过补偿后的非线性 OTFS 系统误码率可达  $10^{-5}$ 。

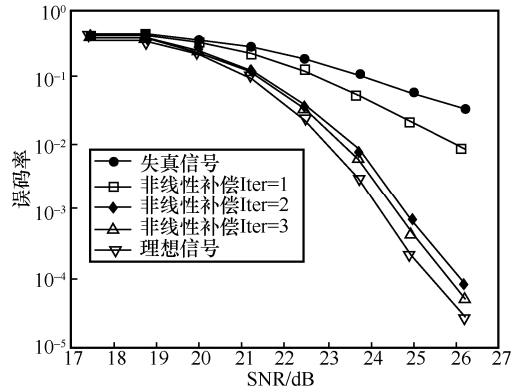


图 12 OTFS 系统非线性补偿前后 BER 性能对比 (Rapp 模型)

OTFS 系统非线性补偿不同循环次数下的 NMSE 如图 13 所示，迭代过程虽与全局最小值仍有一定差距，但数值模拟表明，在大多数实际场景中 (如典型的高斯白噪声、双选信道以及非线性功放)，所提算法在 3~4 次迭代内可以快速收敛。

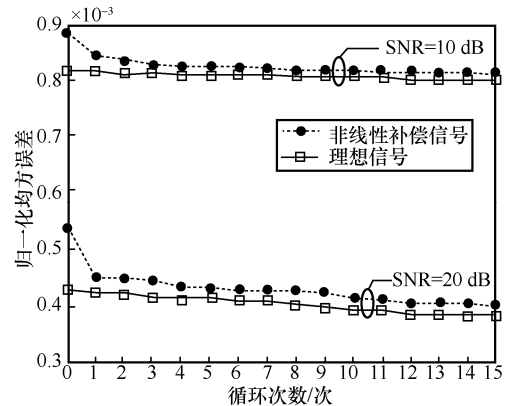


图 13 OTFS 系统非线性补偿不同循环次数下的 NMSE

OTFS 系统非线性补偿不同 SNR 下的 NMSE 曲线如图 14 所示，从图 14 可知，经过非线性补偿后，信道估计的 NMSE 明显降低，并且 NMSE 性能随着 SNR 的增加得到更大的改善，这是因为非线性补偿算法减少了信道估计时失真信号的干扰，从而提高了信道估计的准确度。

本文还对比了 OTFS 系统分别使用传统脉冲导频信道估计算法、3D-SOMP 信道估计算法<sup>[13]</sup>、PN 导频信道估计算法<sup>[19]</sup>和本文信道估计辅助非线性失真补偿算法的误码率性能。

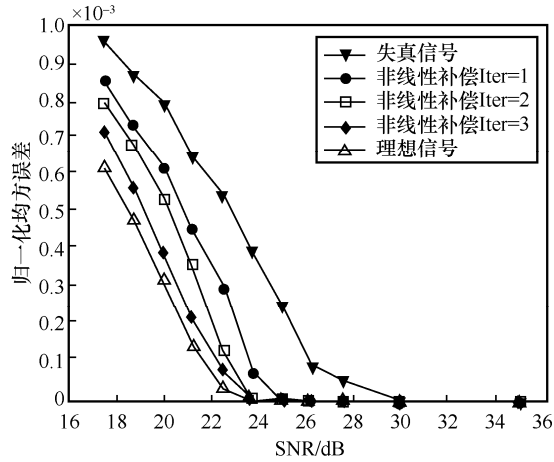


图 14 OTFS 系统非线性补偿不同 SNR 下的 NMSE

在现有 OTFS 信道估计方法的基础上, 令发送信号经过 Saleh 模型, 并采用预失真方法抑制非线性失真。如图 15 所示, 传统脉冲导频信道估计算法的误码率性能较差, 当 SNR=25 dB 时, 误码率仅为  $1.7 \times 10^{-2}$ 。PN 导频信道估计算法有一定的性能损失, 当 SNR=25 dB 时, 误码率为  $2.6 \times 10^{-3}$ 。当 SNR=26 dB 时, 3D-SOMP 信道估计算法误码率达到  $2.5 \times 10^{-4}$ , 而本文信道估计辅助非线性失真补偿算法误码率为  $3.4 \times 10^{-5}$ 。

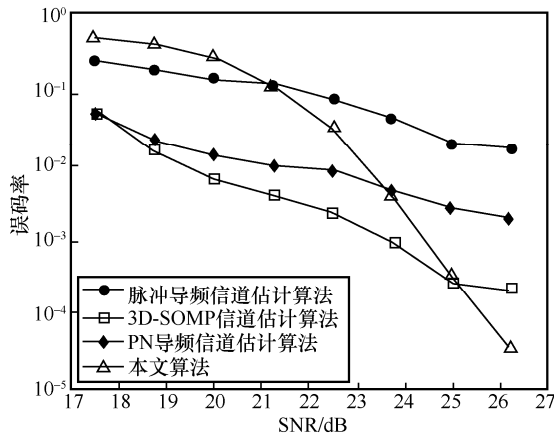


图 15 不同信道估计算法在非线形干扰下的 BER 性能对比 (Saleh 模型)

如图 16 所示, 发送信号经过 Rapp 模型时, 传统脉冲导频信道估计算法和 PN 导频信道估计算法的误码率性能均有恶化, 当 SNR=25 dB 时, 误码率仅约为  $2.1 \times 10^{-2}$ 。当 SNR=26 dB 时, 3D-SOMP 信道估计算法误码率为  $4.1 \times 10^{-4}$ , 而本文信道估计辅助的非线性失真补偿算法误码率为  $4.6 \times 10^{-5}$ 。

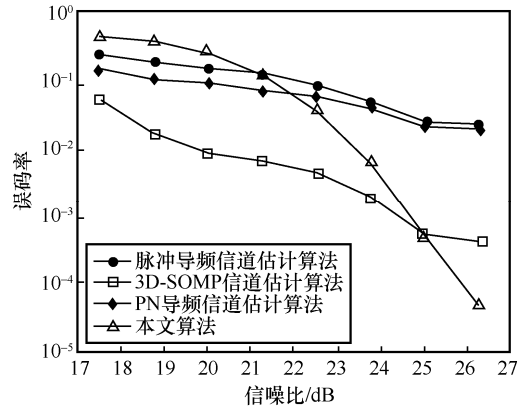


图 16 不同信道估计算法在非线形干扰下的 BER 性能对比 (Rapp 模型)

综上, 本文信道估计辅助非线性失真补偿算法在小信噪比时误码率性能与脉冲导频信道估计及 PN 导频信道估计相近, 且本文算法可操作性强, 信号处理流程简洁, 通过在接收端重构失真信号, 能够改善非线性干扰下 OTFS 系统的误码率性能。在大信噪比时, 经过本文算法补偿后的非线性 OTFS 系统误码率可达  $10^{-5}$ 。

#### 4 结束语

在传统非线性补偿算法基础上, 本文采用信道估计辅助的非线性失真补偿算法。该算法以判决反馈的方式不断迭代更新非线性模型参数, 适用于 Saleh 及 Rapp 无记忆 PA 模型。同时, 接收端采用迫零均衡的迭代补偿算法去除失真影响。仿真结果表明, 采用信道估计辅助非线性失真补偿算法的接收机误码率性能较好。然而, 本文的仿真环境设置较理想化, 并且只考虑了功率放大器的无记忆模型, 未考虑记忆特性对 OTFS 信道估计性能的影响, 下一步可针对功率放大器的有记忆模型进行非线性补偿。

#### 附录 1 非线性失真项的推导

通过双选信道后, 时-频域的 OTFS 信号表示为

$$\begin{aligned}
 Y[n, m] = & \int_{\tilde{t}} g_{rx}^*(\tilde{t}-t) \left[ \int_{\tilde{\tau}} \int_{\nu} c_1 s(\tilde{t}-\tau) h(\tau, \nu) e^{j2\pi\nu(\tilde{t}-\tau)} d\tau d\nu \right] \cdot \\
 & e^{-j2\pi f(\tilde{t}-t)} d\tilde{t} + \int_{\tilde{t}} g_{rx}^*(\tilde{t}-t) \cdot \\
 & \left[ \int_{\tilde{\tau}} \int_{\nu} c_3 s(\tilde{t}-\tau) |s(\tilde{t}-\tau)|^2 h(\tau, \nu) e^{j2\pi\nu(\tilde{t}-\tau)} d\tau d\nu \right] \cdot \\
 & e^{-j2\pi f(\tilde{t}-t)} dt + w[n, m] = \Omega + \delta + w[n, m] \quad (31)
 \end{aligned}$$

在 OTFS 接收端, 匹配滤波器计算交叉模糊函数  $A_{g_{rx}, y}(t, f)$ , 表示为

$$Y(t, f) = A_{g_{rx}, y}(t, f) \triangleq \int_{\tilde{t}} g_{rx}^*(\tilde{t} - t) y(\tilde{t}) e^{-j2\pi f(\tilde{t} - t)} d\tilde{t} \quad (32)$$

其中,  $y(t) = \iint h(\tau, \nu) s(t - \tau) e^{j2\pi\nu(t - \tau)} d\tau d\nu$ 。通过对  $Y(t, f)$  进行采样获得匹配滤波器输出, 表示为

$$Y[n, m] = Y(t, f) \Big|_{t=nT, f=m\Delta f} \quad (33)$$

$$\Omega = \int_{\tilde{t}} g_{rx}^*(\tilde{t} - t) \cdot$$

$$\left[ \int_{\tau} \int_{\nu} c_1 s(\tilde{t} - \tau) h(\tau, \nu) e^{j2\pi\nu(\tilde{t} - \tau)} d\tau d\nu \right] e^{-j2\pi f(\tilde{t} - t)} d\tilde{t} \Big|_{t=nT, f=m\Delta f} \quad (34)$$

由式(2)的逆过程可得

$$\Omega = c_1 X[n, m] \int_{\tau} \int_{\nu} h(\tau, \nu) e^{j2\pi\nu nT} e^{-j2\pi(\nu + m\Delta f)\tau} d\tau d\nu \quad (35)$$

式(31)中的  $\delta$  包含非线性失真项, 表示为

$$\delta = \int_{\tilde{t}} g_{rx}^*(\tilde{t} - t) \left[ \int_{\tau} \int_{\nu} c_3 s(\tilde{t} - \tau) |s(\tilde{t} - \tau)|^2 h(\tau, \nu) e^{j2\pi\nu(\tilde{t} - \tau)} d\tau d\nu \right] e^{-j2\pi f(\tilde{t} - t)} d\tilde{t} \quad (36)$$

令  $|s(t - \tau)|^2 = \gamma_{n, m}$ , 将式(2)代入式(36)可得

$$\delta = c_3 \int_{\tilde{t}} g_{rx}^*(\tilde{t} - t) \left\{ \int_{\tau} \int_{\nu} \left[ \sum_{\tilde{n}=0}^{N-1} \sum_{\tilde{m}=0}^{M-1} X[\tilde{n}, \tilde{m}] e^{j2\pi\tilde{m}\Delta f(\tilde{t} - \tau - \tilde{n}T)} g_{rx}(\tilde{t} - \tau - \tilde{n}T) \gamma_{\tilde{n}, \tilde{m}} \right] h(\tau, \nu) e^{j2\pi\nu(\tilde{t} - \tau)} d\tau d\nu \right\} e^{-j2\pi f(\tilde{t} - t)} d\tilde{t} \quad (37)$$

调换积分次序, 令  $t = nT, f = m\Delta f$ ,  $\delta$  可表示为

$$\begin{aligned} \delta &= c_3 \sum_{\tilde{n}=0}^{N-1} \sum_{\tilde{m}=0}^{M-1} \gamma_{\tilde{n}, \tilde{m}} X[\tilde{n}, \tilde{m}] \left\{ \int_{\tau} \int_{\nu} h(\tau, \nu) \left[ \int_{\tilde{t}} g_{rx}^*(\tilde{t} - t) g_{rx}(\tilde{t} - \tau - \tilde{n}T) e^{j2\pi\tilde{m}\Delta f(\tilde{t} - \tau - \tilde{n}T)} e^{j2\pi\nu(\tilde{t} - \tau)} e^{-j2\pi f(\tilde{t} - t)} d\tilde{t} \right] d\tau d\nu \right\} \\ &= c_3 \sum_{\tilde{n}=0}^{N-1} \sum_{\tilde{m}=0}^{M-1} \gamma_{\tilde{n}, \tilde{m}} X[\tilde{n}, \tilde{m}] \left[ \int_{\tau} \int_{\nu} h(\tau, \nu) \left\{ \int_{\tilde{t}} g_{rx}^*(\tilde{t} - nT) g_{rx}(\tilde{t} - \tau - \tilde{n}T) e^{j2\pi\tilde{m}\Delta f(\tilde{t} - \tau - \tilde{n}T)} e^{j2\pi\nu(\tilde{t} - \tau)} e^{-j2\pi m\Delta f(t - \tau)} d\tilde{t} \right\} d\tau d\nu \right] \end{aligned} \quad (38)$$

为方便表示, 令  $t^\circ = \tilde{t} - \tau - \tilde{n}T$  可得

$$\delta = c_3 \sum_{\tilde{n}=0}^{N-1} \sum_{\tilde{m}=0}^{M-1} \gamma_{\tilde{n}, \tilde{m}} X[\tilde{n}, \tilde{m}] \left\{ \int_{\tau} \int_{\nu} h(\tau, \nu) \left[ \int_{t^\circ} g_{rx}^*(t^\circ - (n - \tilde{n})T + \tau) g_{rx}(t^\circ) e^{j2\pi\tilde{m}\Delta f t^\circ} e^{j2\pi\nu(t^\circ + \tilde{n}T)} e^{-j2\pi m\Delta f(t^\circ + (n - \tilde{n})T + \tau)} dt^\circ \right] d\tau d\nu \right\} \quad (39)$$

进行整理可得

$$\delta = c_3 \sum_{\tilde{n}=0}^{N-1} \sum_{\tilde{m}=0}^{M-1} \gamma_{\tilde{n}, \tilde{m}} X[\tilde{n}, \tilde{m}] \left\{ \int_{\tau} \int_{\nu} h(\tau, \nu) \left[ \int_{t^\circ} g_{rx}^*(t^\circ - (n - \tilde{n})T + \tau) g_{rx}(t^\circ) e^{-j2\pi[(m - \tilde{m})\Delta f - \nu][t^\circ - (n - \tilde{n})T + \tau]} dt^\circ \right] e^{j2\pi(\nu + \tilde{m}\Delta f)[(n - \tilde{n})T - \tau]} e^{j2\pi\nu\tilde{n}T} d\tau d\nu \right\} \quad (40)$$

$A_{g_{rx}, g_{rx}}$  表示  $g_{rx}(t)$  和  $g_{rx}(t)$  间的交叉模糊函数, 表示为

$$A_{g_{rx}, g_{rx}}(t, f) \triangleq \int_{\tilde{t}} g_{rx}^*(\tilde{t} - t) g_{rx}(\tilde{t}) e^{-j2\pi f(\tilde{t} - t)} d\tilde{t} \quad (41)$$

式(40)可写为

$$\begin{aligned} \delta &= c_3 \sum_{\tilde{n}=0}^{N-1} \sum_{\tilde{m}=0}^{M-1} \gamma_{\tilde{n}, \tilde{m}} X[\tilde{n}, \tilde{m}] \cdot \\ &\left\{ \int_{\tau} \int_{\nu} h(\tau, \nu) A_{g_{rx}, g_{rx}} \left[ (n - \tilde{n})T - \tau, (m - \tilde{m})\Delta f - \nu \right] \right\} \cdot \\ &e^{j2\pi(\nu + \tilde{m}\Delta f)[(n - \tilde{n})T - \tau]} e^{j2\pi\nu\tilde{n}T} d\tau d\nu \end{aligned} \quad (42)$$

令发送脉冲  $g_{tx}(t)$  和接收脉冲  $g_{rx}(t)$  满足双正交特性<sup>[16]</sup>, 即

$$A_{g_{rx}, g_{rx}} \left[ (n - \tilde{n})T - \tau, (m - \tilde{m})\Delta f - \nu \right] = 1, \tilde{n} = n, \tilde{m} = m \quad (43)$$

式(42)可化简为

$$\delta = c_3 \gamma_{n, m} X[n, m] \int_{\tau} \int_{\nu} h(\tau, \nu) e^{j2\pi\nu nT} e^{-j2\pi(\nu + m\Delta f)\tau} d\tau d\nu \quad (44)$$

### 参考文献:

[1] 王勇, 向新, 易克初. 基于非迭代算法和非直接学习结构的查询表

TWTA 预失真器[J]. 通信学报, 2006, 27(9): 106-109, 117.  
 WANG Y, XIANG X, YI K C. Look-up table predistorter based on non-iterative algorithm and indirect learning architecture for TWTA[J]. Journal on Communications, 2006, 27(9): 106-109, 117.  
 [2] HOSSAIN M N, RYU H G. Advanced OTFS communication system with compact spectrum and power efficiency improvement[J]. International Journal of Communication Systems, 2021, 34(16): e4959.  
 [3] 黄浩, 钱骅, 姚赛杰, 等. 基于坐标变换的射频功放预失真参数估计方法[J]. 通信学报, 2015, 36(1): 79-87.  
 HUANG H, QIAN H, YAO S J, et al. Coordinate transformation based coefficients estimation algorithm for digital predistortion of RF power amplifiers[J]. Journal on Communications, 2015, 36(1): 79-87.  
 [4] GAO S, ZHENG J P. Peak-to-average power ratio reduction in pilot-embedded OTFS modulation through iterative clipping and filtering[J]. IEEE Communications Letters, 2020, 24(9): 2055-2059.  
 [5] HOSSAIN M N, SUGIURA Y, SHIMAMURA T, et al. DFT-spread OTFS communication system with the reductions of PAPR and nonlinear degradation[J]. Wireless Personal Communications, 2020, 115(3): 2211-2228.  
 [6] NAVEEN C, SUDHA V. Peak-to-average power ratio reduction in OTFS modulation using companding technique[C]//Proceedings of

- 2020 5th International Conference on Devices, Circuits and Systems (ICDCS). Piscataway: IEEE Press, 2020: 140-143.
- [7] MARSALEK R, BLUMENSTEIN J, PROKES A, et al. Orthogonal time frequency space modulation: pilot power allocation and nonlinear power amplifiers[C]//Proceedings of 2019 IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology. Piscataway: IEEE Press, 2019: 1-4.
- [8] MARSALEK R, BLUMENSTEIN J, SCHÜTZENHÖFER D, et al. OTFS modulation and influence of wideband RF impairments measured on a 60 GHz testbed[C]//Proceedings of 2020 IEEE 21st International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications. Piscataway: IEEE Press, 2020: 1-5.
- [9] TELLADO J, HOO L M C, CIOFFI J M. Maximum-likelihood detection of nonlinearly distorted multicarrier symbols by iterative decoding[J]. IEEE Transactions on Communications, 2003, 51(2): 218-228.
- [10] BALTAR L G, DIERKS S, GREGORIO F H, et al. OFDM receivers with iterative nonlinear distortion cancellation[C]//Proceedings of 2010 IEEE 11th International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications. Piscataway: IEEE Press, 2010: 1-5.
- [11] GREGORIO F H, WERNER S, COUSSEAU J, et al. Receiver-side nonlinearities mitigation using an extended iterative decision-based technique[J]. Signal Processing, 2011, 91(8): 2042-2056.
- [12] KOLLENGODE RAMACHANDRAN M, CHOCKALINGAM A. MIMO-OTFS in high-Doppler fading channels: signal detection and channel estimation[C]//Proceedings of 2018 IEEE Global Communications Conference. Piscataway: IEEE Press, 2018: 206-212.
- [13] SHEN W Q, DAI L L, AN J P, et al. Channel estimation for orthogonal time frequency space (OTFS) massive MIMO[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2019, 67(16): 4204-4217.
- [14] ZHANG M C, WANG F G, YUAN X J, et al. 2D structured turbo compressed sensing for channel estimation in OTFS systems[C]//Proceedings of 2018 IEEE International Conference on Communication Systems. Piscataway: IEEE Press, 2018: 45-49.
- [15] MISHRA H B, SINGH P, PRASAD A K, et al. OTFS channel estimation and data detection designs with superimposed pilots[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2022, 21(4): 2258-2274.
- [16] RAVITEJA P, PHAN K T, HONG Y, et al. Interference cancellation and iterative detection for orthogonal time frequency space modulation[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2018, 17(10): 6501-6515.
- [17] RAVITEJA P, PHAN K T, HONG Y. Embedded pilot-aided channel estimation for OTFS in delay-Doppler channels[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2019, 68(5): 4906-4917.
- [18] KUMAR S V, FLANAGAN M F, CARDIFF B. Maximum likelihood channel path detection and MMSE channel estimation in OTFS systems[C]//Proceedings of 2020 IEEE 92nd Vehicular Technology Conference. Piscataway: IEEE Press, 2020: 1-5.
- [19] MURALI K R, CHOCKALINGAM A. On OTFS modulation for high-Doppler fading channels[C]//Proceedings of 2018 Information Theory and Applications Workshop (ITA). Piscataway: IEEE Press, 2018: 1-10.
- [20] FISH A, GUREVICH S, HADANI R, et al. Delay-Doppler channel estimation in almost linear complexity[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2013, 59(11): 7632-7644.
- [21] HASHIMOTO N, OSAWA N, YAMAZAKI K, et al. Channel estimation and equalization for CP-OFDM-based OTFS in fractional Doppler channels[C]//Proceedings of 2021 IEEE International Conference on Communications Workshops. Piscataway: IEEE Press, 2021: 1-7.
- [22] ZHAO L, GAO W J, GUO W B. Sparse Bayesian learning of delay-Doppler channel for OTFS system[J]. IEEE Communications Letters, 2020, 24(12): 2766-2769.
- [23] NAIKOTI A, CHOCKALINGAM A. Low-complexity delay-Doppler symbol DNN for OTFS signal detection[C]//Proceedings of 2021 IEEE 93rd Vehicular Technology Conference. Piscataway: IEEE Press, 2021: 1-6.
- [24] SALEH A A M. Frequency-independent and frequency-dependent nonlinear models of TWT amplifiers[J]. IEEE Transactions on Communications, 1981, 29(11): 1715-1720.
- [25] KURAHASHI M, KUBO H, HAMADA S. Ka-band 80-100 TWT for satellite transponder[C]//Proceedings of the 17th AIAA International Communications Satellite Systems Conference and Exhibit. Virginia: AIAA Press, 1998: 1278.
- [26] ZHOU G T, KENNEY J S. Predicting spectral regrowth of nonlinear power amplifiers[J]. IEEE Transactions on Communications, 2002, 50(5): 718-722.
- [27] MILLER I. Probability, random variables, and stochastic processes[J]. Technometrics, 1966, 8(2): 378-380.
- [28] RAVITEJA P, HONG Y, VITERBO E, et al. Practical pulse-shaping waveforms for reduced-cyclic-prefix OTFS[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2019, 68(1): 957-961.
- [29] ZHIDKOV S V. Receiver synthesis for nonlinearly amplified OFDM signal[C]//Proceedings of 2003 IEEE Workshop on Signal Processing Systems. Piscataway: IEEE Press, 2003: 387-392.
- [30] KAY S M. Fundamentals of statistical signal processing: estimation theory[M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall International Editions, 1993.
- [31] RAPP C. Effects of HPA-nonlinearity on a 4-DPSK/OFDM-signal for a digital sound broadcasting signal[J]. ESA Special Publication, 1991, 332: 179-184.

## [作者简介]



蒋占军 (1975- ), 男, 宁夏中卫人, 博士, 兰州交通大学教授、硕士生导师, 主要研究方向为未来移动通信关键技术、分布式无线通信技术、无线网络规划与优化等。

刘欢 (1997- ), 女, 甘肃平凉人, 兰州交通大学硕士生, 主要研究方向为移动通信信号处理。

张华卫 (1980- ), 男, 山东泰安人, 兰州交通大学硕士生导师, 主要研究方向为计算机视觉、图像处理、电子与通信系统等。

李翠然 (1975- ), 女, 山西黎城人, 博士, 兰州交通大学教授、博士生导师, 主要研究方向为高铁智能无线通信、无线传感器网络、协同通信技术等。